# Теория фильтрации в приложении к фильтрующим центрифугам

DOI: http://dx.doi.org/10.18796/0041-5790-2016-7-00-00

## КОЗЛОВ Вадим Анатольевич

Канд. техн. наук, доцент, главный технолог «Коралайн Инжиниринг», 105005, г. Москва, Россия, e-mail: vak@coralina.ru

Рассмотрены положения теории фильтрации жидкости в применении к работе фильтрующих центрифуг, предназначенных для обезвоживания угольного шлама. Приведены основные уравнения объемной фильтрации, позволяющие рассчитать гидравлическую производительность центрифуг.

**Ключевые слова:** обезвоживание угля, центробежная сила, капиллярная сила, фильтрация, влага осадка.

При поступлении в питание центрифуги максимально влагонасыщенного угольного шлама в центробежном поле начинается процесс объемной фильтрации жидкости через формирующийся осадок угольных частиц. Рассчитав скорость движения жидкости, проходящей через слой осадка, можно рассчитать гидравлическую производительность центрифуги.

На *рис.* 1 схематично показан разрез корзины центрифуги с выделением трех зон в порядке от центральной оси – исходной пульпы питания, осадка угольных частиц и перфорированной стенки (сита корзины) с уплотненным слоем осадка.

Скорость фильтрации жидкости u сквозь осадок с радиусом r в корзине центрифуги может быть определена законом Дарси в цилиндрической системе координат:

$$u = -\frac{K}{\mu} \left( \frac{dp}{dr} - \rho \Omega^2 r \right), \tag{1}$$

где:  $\mu$  и  $\rho$  – динамическая вязкость (Па·с) и плотность жидкости (кг/м³);  $\Omega$  – угловая скорость корзины центрифуги; K

- коэффициент проницаемости осадка (м²), который связан с удельным сопротивлением осадка  $\alpha_{\alpha}$  (м/кг) отношением  $\alpha_s K \rho_s = 1.3$ десь  $\rho_s - \vec{n}$ лотность угольных

Следует отметить, так как  $\frac{dp}{dr}$  < 0 , то скорость фильтрации u является положительной величиной вдоль радиуса,

и поток жидкости направлен в сторону уменьшения градиента давления. Движущей силой для жидкости является центробежное ускорение  $\rho\Omega^2 r$ , второй член в уравнении (1). Учитывая закон сохранения, выразим удельный объем фильтрации на единицу длины корзины b:

$$\tilde{Q} = \frac{Q}{b} = 2\pi r u = -2\pi r \frac{K}{u} \left( \frac{dp}{dr} - \rho \Omega^2 r \right). \tag{2}$$

Для сформировавшегося осадка его проницаемость K является постоянной, и уравнение (2) может быть интегрировано между радиусом поверхности осадка  $R_{_{\rm o}}$  и радиусом перфорированной стенки корзины  $R_{_{\!m}}$ . Таким образом:

$$p_{m} - p_{c} = -\frac{\mu \tilde{Q}}{2\pi K} \ln(\frac{R_{m}}{R_{c}}) + \frac{1}{2} \rho \Omega^{2} (R_{m}^{2} - R_{c}^{2}), \tag{3}$$

где:  $p_m$  и  $p_c$  давление на перфорированной стенке и на поверхности осадка соответственно.

Интегрирование давления  $\dfrac{dp}{dr}=\dfrac{1}{2\rho\Omega^2R}$  между поверхностью пульпы  $R_{_p}$  и поверхностью осадка  $R_{_c}$  дает следующее уравнение:

$$p_c - p_p = \frac{1}{2}\rho\Omega^2(R_c^2 - R_p^2),$$
 (4)

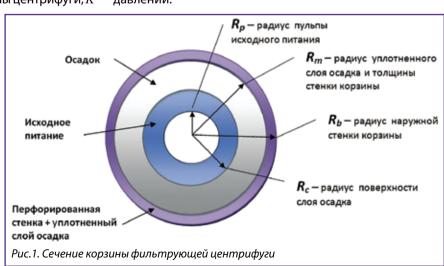
где:  $p_{_{n}}$  – давление на поверхности пульпы питания, которое равно атмосферному давлению. Очевидно, что распределение давления в пульпе выше осадка является квадратичным.

Логично принять, подобно закону Дарси, что снижение давления через сито корзины пропорционально расходу фугата. Следовательно:

$$p_m - p_b = \mu r_m \frac{\tilde{Q}}{2\pi} R_b, \tag{5}$$

где:  $p_{_h}\,$  – давление на стенке корзины, которая соприкасается с окружающим пространством. Отметим, что снижение давления через сито корзины также включает снижение давления через тонкую корку уплотненного осадка, соприкасающуюся с ситом корзины. Это учтено в определении  $r_{...}(\mathbf{m}^{-1})$  как объединенном сопротивлении корки осадка и сита корзины.

Полное снижение давления включает сумму всех трех давлений:



$$dp_{total} = p_b - p_p = (p_b - p_m) + (p_m - p_c) + (p_c - p_p) = 0$$

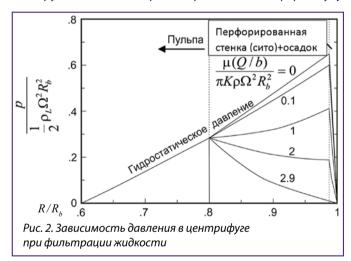
Изменение давления должно иметь нулевое значение, учитывая, что пульпа поступающего питания и внешняя стенка сита корзины контактируют с окружающей средой. Подстановка уравнений (3) и (5) в предыдущее уравнение

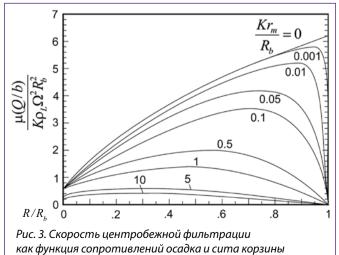
и объединение с преобразованием [1]: 
$$Q = \tilde{Q}b = \frac{\pi b K \rho \Omega^2 (R_b^2 - R_p^2)}{\mu [\ln(\frac{R_b}{R_c}) + K r_m / R_b]}. \tag{6}$$

Это известное уравнение центробежной фильтрации. Движущей силой является дифференциальное давление, установленное между стенкой сита корзины и поверхностью пульпы, которая используется для преодоления сопротивления осадка и сита, включая в последнее корку уплотненного осадка. Логарифмический член нетипичен для сопротивления, формируемого в цилиндрической системе координат, и подобен уравнениям из теории теплопроводности или электродинамики.

Для сформированного осадка распределение давления и уровень фильтрации зависят от сопротивления сита и проницаемости осадка. На рис. 2 показан пример, когда  $\frac{R_b}{R_c} = 0,6$  и  $\frac{R_c}{R_b} = 0,8$  . Давление при условии  $R=R_b$  определяется перепадом давления через сито  $\Delta p_{_m}$  с гидравлическим давлением

на наружной стенке корзины, равным атмосферному, у





которого измеренное давление будет равно нулю. Как видно на рис. 2, фильтрация, как и давление, зависит от сопротивления сита и осадка.

Высокое сопротивление среды для фильтрации жидкости происходит из-за забивания сита или из-за высокого сопротивления корки уплотненного осадка, лежащего непосредственно на сите корзины. Уплотнение осадка происходит от механического давления кромки спирали шнека. Это дополнительное сопротивление привносит большую поправку в скорость фильтрации. В крайнем случае, когда сопротивление среды становится слишком высоким и фильтрация останавливается,  $\frac{\mu(Q/b)}{\pi K \rho \Omega^2 R_b^2} = 0$  , распределение давления в осадке также приводится к квадратичной форме.

При работе фильтрующей центрифуги необходимо добиваться того, чтобы отсутствовал слой жидкости в зоне подачи питания. Избыточное количество пульпы вызовет переполнение центрифуги жидкостью, которая будет течь сверху осадка и прорежет осадок. Условие отсутствия свободного слоя жидкости над осадком требует равенства  $R_n = R_c$  в уравнении (6), что приводит к следующему результату [2]:

$$\frac{Q/b}{\pi K \rho \Omega^2 R_b^2} = \frac{\pi [1 - (R_c / R_b)^2]}{\mu [\ln(R_b / R_c) + K r_m / R_b]}.$$
 (7)

Уравнение (7) представлено графически на *рис.* 3 для различных значений сопротивления сита корзины.

Для заданного сопротивления сита корзины скорость объемной фильтрации низка для больших толщин осадка

(отношение  $\dfrac{R_c}{R_b}$  мало), когда же толщина осадка небольшая, тогда отношение  $\dfrac{R_c}{R_b}$  является большим. В первом случае движущая сила слишком мала, несмотря на не-

большое сопротивление. Тогда как в последнем случае сопротивление является слишком большим, несмотря на большую движущую силу. Из этого следует, что между этими двумя крайностями должна находиться максимальная скорость фильтрации, независимая от радиуса осадка, но зависимая прежде всего от сопротивления сита корзины.

Например, при  $\frac{Kr_m}{R_b}=0.05$  , как показано на puc.3 , максимальная скорость будет достижима при  $\frac{R_c}{R_b}=0.85$  , что соответствует относительной толщине осадка  $\frac{h}{R_b}=0.15$ 

. Для оптимальной скорости фильтрации отношение сопротивления сита к сопротивлению осадка должно быть малым, с  $\frac{Kr_{m}}{R_{b}}$  < 5% (см. puc. 3), иначе скорость фильтрации

может быть слишком малой. Учитывая сказанное, толщину осадка желательно уменьшить. Однако он не должен быть слишком тонким, иначе производительность центрифуги существенно снизится. Для незначительного сопротивления среды поток фильтрации постепенно уменьшается, поскольку толщина осадка увеличивается с уменьшением  $R_c$ .

Рассмотрим случай с небольшой толщиной осадка и незначительным сопротивлением сита корзины. Известно, что удельное сопротивление осадка центрифуги, особенно для уплотненного осадка, больше чем полученное для кека при фильтрации под давлением или при вакуумной фильтрации. Поэтому удельное сопротивление должно быть измерено непосредственно при тестах на центрифуге для различных толщин осадка, чтобы иметь точную шкалу подобия к реальной центрифуге, а не взято из опытов фильтрации под давлением или вакуумной фильтрации. В случае незначительного сопротивления фильтрующей среды уравнение (6) может быть написано как [2]:

$$\frac{\tilde{Q}/2\pi R_b}{u_0(h_p/R_b)(R_b + R_p/2R_b)} = \frac{1}{\ln(\frac{R_b}{R_b - h})} \approx \frac{1}{\ln(\frac{R_b}{R_b - h})} \approx \frac{1}{h_p/R_b + 1/2(h/R_b)^2 + 1/3(h/R_b)^2 + \dots},$$
(8)

где характерная скорость фильтрации:  $u_0 = \frac{GK}{v}$ , (9) где:  $G = \Omega^2 R$  и  $h_p = R_c - R_p$  - глубина пульпы над осадком,  $h = R_b - R_c$  - толщина осадка. Представляет интерес то, что  $u_0$  зависит только от кинематической вязкости жидкости фугата v, проницаемости осадка K и центробежного ускорения G. Скорость фильтрации может находиться в диапазоне от  $7 \cdot 10^{-3}$  ( $\mathrm{M}^3/\mathrm{M}^2 \cdot \mathrm{C}$ ) для вибрационных центрифуг, обезвоживающих частицы с минимальными размерами 300 мкм, до  $5 \cdot 10^{-5}$  ( $\mathrm{M}^3/\mathrm{M}^2 \cdot \mathrm{C}$ ) для осадительно-фильтрующих шнековых центрифуг, обезвоживающих ультратонкие частицы с размерами до 10 мкм.

В уравнении (8) показано, что логарифмический член может быть приближен бесконечным расширением ряда  $\frac{h}{R_b}$ , который в большинстве случаев является меньше значения 0,2 и редко превышает значение 0,3. Для практических целей можно использовать только значимые члены в этом бесконечном ряду, особенно когда  $\frac{h}{R_b} \ll 1$ .

На *puc.* 4 сравнивается логарифмический  $\stackrel{\circ}{\text{ч}}$ лен (точное решение) с первым и вторым членами в ряду (8) как значащими в аппроксимации (8).

При  $\frac{h}{R_b}=0,3$  точное вычисление приводит к значению 1,4, тогда как первый член аппроксимации дает только значение 1,67 (с 19%-ой ошибкой), а первые два члена в сумме дают значение 1,45 (с ошибкой 3,5%), что уже существенно ближе к точному значению. Аналогично при  $\frac{h}{R_b}=0,15$ , точное значение будет 3,08, тогда как аппроксимация, использующая первый член, дает значение 3,33 (ошибка со-

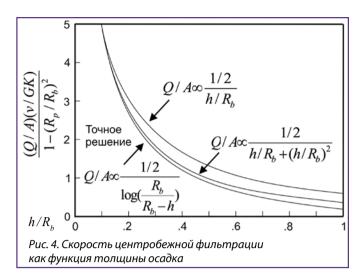
ставляет 8%), а первые два члена дают значение 3,1 (ошибка составляет 0,007%). Это показано на рис. 4, где двухчленная аппроксимация приводит к довольно точным результатам для обычного диапазона изменения толщины осадка, а первый изок доставляет в менения толщины осадка, а первый изок доставляет в менение 3,55 (ошибка составляет в менение 3,55 (ошибка составляет в менение 3,55 (ошибка составляет в менение 3,1 (ошибка составляет в менение 3,2 (ошибка составляет в менение 3,2 (ошибка составляет в менение 3,3 (ошибка составляет в мен

вый член дает приемлемую оценку только когда  $\frac{h}{R_b} < 0.15$  . Для особого случая, когда  $\frac{h}{R_b} \ll 0.1$  , главная аппрокси-

мация дает простое соотношение:  $q = h_n$ 

$$\frac{q}{2\pi R_b} \approx u_0 \frac{h_p}{h}.$$
 (10)

Необходимо отметить, что в этой аппроксимации поток фугата пропорционален характерной скорости фильтрации  $u_0$  и толщине текущей жидкости  $h_p$  и обратно пропорционален высоте осадка h. Эта «линеаризованная» версия уравнения центробежной фильтрации применима, когда толщина осадка является незначительной по сравнению



с радиусом корзины. В этом случае цилиндрическая геометрия модели может быть заменена линейной плоской геометрией.

## Список литературы

- 1. Mayer G. & Stahl W. Model for Mechanical Separation of Liquid in a Field of Centrifugal Force. Aufbereitungs-Technik, 1988, no. 11.
- 2. Leung, Wallace Woon-Fong. Industrial centrifugation technology. McGraw-Hill Companies, Inc., New York, 1998.
- 3. Stadager C. & Stahl W. «The Superposition of Centrifugal and Gas Pressure Forces for Cake Filtration» in Proc. Am. Filt. Sep. Soc. Ann. Conf. (Nashville, TN, Apr. 23-26, 1995), vol. 9, K.-J. Choi (ed.), pp. 551-559.
- 4. Козлов В.А. Обезвоживание угольного шлама в фильтрующих центрифугах // Горный информационноаналитический бюллетень. 2013. № 3. С. 166-171.

**COAL PREPARATION** 

UDC 622.794.252.017.2 © V.A. Kozlov, 2016 ISSN 0041-5790 (Print) • ISSN 2412-8333 (Online) • Ugol' – Russian Coal Journal, 2016, № 7, pp. 00-00

### Title

## FILTER THEORY IN REFERENCE TO THE FILTRATION CENTRIFUGE

DOI: http://dx.doi.org/10.18796/0041-5790-2016-7-00-00

## Author

Kozlov V.A.1

1"Coraline Engineering" LLC, Moscow, 105005, Russian Federation

## Author's Information

**Kozlov V.A.,** PhD (Engineering), Assistant Professor, Chief Process Engineer, e-mail: vak@coralina.ru

### Abstract

The paper considers the principles of the fluid filtration theory as applied to operation of the filtration centrifuges designed for coal sludge decantation. It results the basic equations of volumetric filtration, which permit to estimate the hydraulic performance of centrifuges.

### Keywords

Coal-water separation, centrifugal force, capillary force, filtration, sediment moisture.

### Reference

- 1. Mayer G. & Stahl W. Model for Mechanical Separation of Liquid in a Field of Centrifugal Force. Aufbereitungs-Technik, 1988, no. 11.
- 2. Leung, Wallace Woon-Fong. Industrial centrifugation technology. McGraw-Hill Companies, Inc., New York, 1998.
- 3. Stadager C. & Stahl W. "The Superposition of Centrifugal and Gas Pressure Forces for Cake Filtration" in Proc. Am. Filt. Sep. Soc. Ann. Conf. (Nashville, TN, Apr. 23-26, 1995), vol. 9, K.-J. Choi (ed.), pp. 551-559.
- 4. Kozlov V.A. Obezvozhivanie ugol'nogo shlama v filtruyushikh tsentrifugakh [Coal sludge decantation in filtration centrifuges]. *Gornyy Informatsionno-Analiticheskiy Byulleten Mining Information-Analytical Bulletin*, 2013, no. 3, pp. 166-171.